ATIVIDADE PARA ESTUDO DOMICILIAR
8ª SEMANA: 11/05/2020 a 15/05/2020

Professor: Bruno Corrêa	Componente curricular: Matemática
Nível de ensino: 9º ano	

HABILIDADES
- Identificar as características de umas equações polinomiais do 2º grau. - Desenvolver estratégias para solucionar uma equações polinomiais do 2º grau. - Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações de primeiro grau e segundo grau.

ROTINA DE ESTUDOS:

- Ler e resolver os exemplos, no caderno, do conteúdo disponível.
- Resolver as atividades em folhas de caderno que possam ser entregues.
- Colocar o número da questão, copiar o exercício e resolver mostrando o desenvolvimento em cada uma delas.
- A organização do material entregue também será avaliada.
- Depois de realizada guardar as tarefas em uma pasta para ser avaliada pelo professor quando retornar às aulas.

Videoaula: segunda-feira (dia 11/05), das 11h00min às 11h55min. Utilize o link a seguir para participar da sala virtual: meet.google.com/tke-qihc-psd

Código celular: tke-qihc-psd

*AVALIAÇÃO: Os alunos terão suas devolutivas avaliativas das tarefas domiciliares, no retorno das aulas conforme as orientações dadas pelos professores de cada componente curricular e a presença será contabilizada com a entrega das tarefas conforme as orientações dadas pelos professores na rotina de estudos.

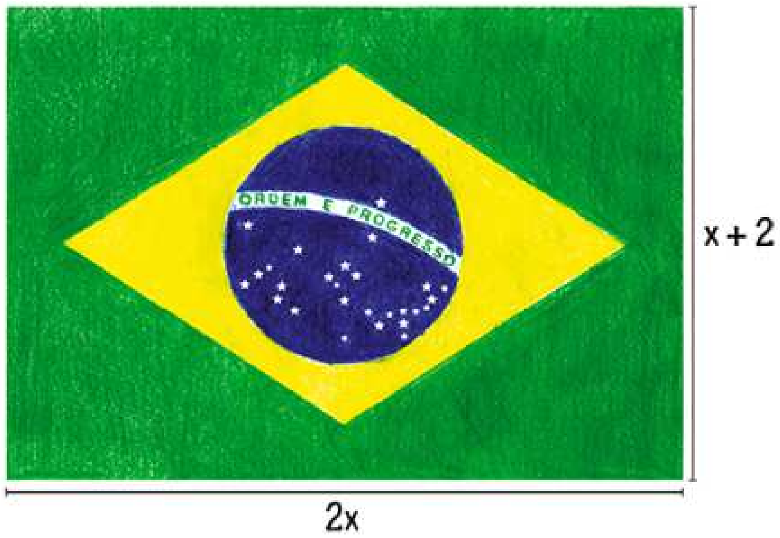
EQUAÇÕES DO 2º GRAU

O conteúdo a seguir será seguido no livro didático. É possível acompanhar o conteúdo diretamente no livro. Caso você não tenha livro, pode acompanhar o material que estará idêntico ao conteúdo do livro.

Equação do 2º grau com uma incógnita

A bandeira do Brasil tem formato de retângulo e suas dimensões – comprimento e largura – possuem uma proporção oficial, regulamentada pela legislação.

Utilizando essas dimensões oficiais, Bruno desenhou uma representação da bandeira do Brasil com 70 cm^2 de área e escreveu as dimensões como polinômios. Observe.



(LUCAS FARAUJ)

Para determinar as medidas das dimensões dessa bandeira, podemos utilizar a fórmula do cálculo da área do retângulo e escrever a seguinte **equação**:

$$2x \cdot (x + 2) = 70$$

Desenvolvendo essa equação, temos:

$$\begin{aligned} 2x \cdot (x + 2) &= 70 \\ 2x \cdot x + 2x \cdot 2 &= 70 \\ 2x^2 + 4x &= 70 \\ \boxed{2x^2 + 4x - 70 = 0} \end{aligned}$$

A equação $2x^2 + 4x - 70 = 0$ tem apenas uma incógnita, indicada pela letra **x**, que possui somente expoentes naturais, dos quais o maior deles é o número 2. Equações com essas características são chamadas **equações do 2º grau com uma incógnita**.

As **soluções** ou **raízes** de uma equação são os números que, ao substituírem a incógnita, determinam uma igualdade verdadeira.

Em relação à equação $2x^2 + 4x - 70 = 0$, por exemplo, temos:

- 5 é solução, pois:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 - 70 &= 0 \\ 2 \cdot 25 + 4 \cdot 5 - 70 &= 0 \\ 50 + 20 - 70 &= 0 \\ \boxed{0 = 0} &\leftarrow \text{igualdade verdadeira} \end{aligned}$$

- -7 é solução, pois:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (-7)^2 + 4 \cdot (-7) - 70 &= 0 \\ 2 \cdot 49 + 4 \cdot (-7) - 70 &= 0 \\ 98 - 28 - 70 &= 0 \\ \boxed{0 = 0} &\leftarrow \text{igualdade verdadeira} \end{aligned}$$

- 3 não é solução, pois:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 - 70 &= 0 \\ 2 \cdot 9 + 4 \cdot 3 - 70 &= 0 \\ 18 + 12 - 70 &= 0 \\ \boxed{-40 = 0} &\leftarrow \text{igualdade falsa} \end{aligned}$$

Assim, dizemos que 5 e -7 são raízes ou soluções dessa equação e que 3 não é. No caso particular da situação apresentada, em que **x** corresponde a uma medida de comprimento, consideramos apenas a solução positiva. Observe como ficam as medidas.

- Comprimento da bandeira: $2x = 2 \cdot 5 = 10$, ou seja, 10 cm.
- Largura da bandeira: $x + 2 = 5 + 2 = 7$, ou seja, 7 cm.

Toda equação do 2º grau com uma incógnita (**x**) pode ser expressa na **forma reduzida** da seguinte maneira: $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, em que **a**, **b** e **c** são os **coeficientes** e correspondem a números reais, com a 5 0. Nesse caso, dizemos que **a** é o coeficiente de x^2, **b** é o coeficiente de **x**, e **c** é o **termo independente**.

Podemos classificar uma equação do 2º grau com uma incógnita em:

- **completa**, quando os coeficientes **b** e **c** são diferentes de zero;
- **incompleta**, quando os coeficientes **b**, **c** ou ambos são iguais a zero.

Exemplos

Equação do 2º grau com uma incógnita			
Completa	Incompleta		
	$b \neq 0$ e $c = 0$	$b = 0$ e $c \neq 0$	$b = 0$ e $c = 0$
• $-x^2 - 8x + 12 = 0$ $a = -1$; $b = -8$; $c = 12$.	• $7x^2 - x = 0$ $a = 7$; $b = -1$; $c = 0$.	• $x^2 - 36 = 0$ $a = 1$; $b = 0$; $c = -36$.	• $3x^2 = 0$ $a = 3$; $b = 0$; $c = 0$.
• $5x^2 - 3x - 2 = 0$ $a = 5$; $b = -3$; $c = -2$.	• $-4x^2 + 2x = 0$ $a = -4$; $b = 2$; $c = 0$.	• $8x^2 - 800 = 0$ $a = 8$; $b = 0$; $c = -800$.	• $-10x^2 = 0$ $a = -10$; $b = 0$; $c = 0$.

Consulte este livro, que apresenta informações sobre equações do 2º grau com uma incógnita por meio das aventuras vivenciadas pelos personagens.

- ROSA, E. **As mil e uma equações**. São Paulo: Ática, 2001. (A Descoberta da Matemática).

ATIVIDADES

1 Escreva, na forma reduzida, as equações do 2º grau com uma incógnita.

a. $12x^2 + 20x = -4x - 36 + 8x^2$

b. $-x + 42 = 6x^2 - x$

c. $x^2 - 5 = -2x^2 + 6x + 4$

d. $x(x + 3) = 40$

33 Determine em quais dos itens a seguir a equação representada é do 2º grau.

a) ☐ $3x + 2 = x^2 + 5$

b) ☐ $x^2 + 3x - 8 = 96$

c) ☐ $2x - 5 + 3 = 0$

d) ☐ $\frac{4}{7}x^2 + 8x = 14x^2$

e) ☐ $2x^3 + 3x^2 - 3 = 0$

f) ☐ $0{,}5x^4 + 3x = 0$

34 Observe as equações do 2º grau com uma incógnita e resolva as questões.

I. $3x^2 - x = 0$

II. $x^2 - 5x + 6 = 0$

III. $x^2 - 9 = 0$

IV. $-5x^2 = 0$

V. $4x^2 - 4x + 1 = 0$

VI. $-x^2 + 10x - 24 = 0$

a) Para cada equação, indique os coeficientes **a**, **b** e **c**, considerando a forma reduzida $ax^2 + bx + c = 0$.

____

____

b) Classifique essas equações em completas ou incompletas.

____

c) Determine quais dessas equações têm o número 3 como uma raiz.

Resolução de equação do 2º grau com uma incógnita

No decorrer da história, diversos estudiosos se dedicaram a resolver o que atualmente chamamos de equações do 2º grau com uma incógnita, como o frei italiano Luca Pacioli (c. 1445-1509), que tratou de problemas relacionados com essas equações em sua famosa obra **Summa de arithmetica, geometrica, proportion et proportionalita**, habitualmente chamada de Suma.

Resolução de equação do 2º grau incompleta, com $b \neq 0$ e $c = 0$

Para resolver equações desse tipo, podemos utilizar como estratégia a fatoração colocando o fator comum em evidência. Observe, por exemplo, a resolução da equação $3x^2 - 6x = 0$.

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$x \cdot (3x - 6) = 0$$

Colocamos o fator comum x em evidência.

O produto $x \cdot (3x - 6)$ é igual a zero se e somente se pelo menos um desses fatores é igual a zero. Assim, temos:

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{aligned} 3x - 6 &= 0 \\ 3x - 6 + 6 &= 0 + 6 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{6}{3} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Portanto, as raízes da equação $3x^2 - 6x = 0$ são 0 e 2.

Podemos verificar que essas são as raízes da equação substituindo cada uma delas na incógnita e obtendo uma igualdade verdadeira.

- $x = 0$

$$3 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 = 0$$
$$3 \cdot 0 - 6 \cdot 0 = 0$$
$$0 - 0 = 0$$
$$0 = 0$$

- $x = 2$

$$3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 = 0$$
$$3 \cdot 4 - 6 \cdot 2 = 0$$
$$12 - 12 = 0$$
$$0 = 0$$

Agora, observe como podemos obter as raízes da equação $x^2 + 9x = 0$.

$$x^2 + 9x = 0$$
$$x \cdot (x + 9) = 0$$

$\boxed{x = 0}$

ou

$$x + 9 = 0$$
$$x + 9 - 9 = 0 - 9$$
$$\boxed{x = -9}$$

- Observando esses exemplos, que regularidade você pode perceber em relação às raízes de equações incompletas do 2º grau, com uma incógnita, com $b \neq 0$ e $c = 0$?

Portanto, as raízes dessa equação são 0 e –9.

Toda equação do 2º grau incompleta, com uma incógnita, com $b \neq 0$ e $c = 0$, tem duas raízes reais, uma delas igual a zero.

Resolução de equação do 2º grau incompleta, com b = 0 e c = 0

A seguir, observe como podemos resolver de maneira geral equações do 2º grau incompletas, com uma incógnita, com $b = 0$ e $c = 0$. Para isso, vamos considerar a equação $ax^2 = 0$, em que **a** é um número real e $a \neq 0$.

$$ax^2 = 0$$

$$\frac{ax^2}{a} = \frac{0}{a}$$

$$x^2 = 0$$

$$x \cdot x = 0$$

Para que esse produto seja igual a zero, pelo menos um desses fatores deve ser zero.

Portanto, equações desse tipo têm duas raízes reais e iguais a zero.

Observe outros exemplos.

- $3x^2 = 0$

$$\frac{3x^2}{3} = \frac{0}{3}$$
$$x^2 = 0$$
$$x \cdot x = 0$$

Portanto, essa equação tem duas raízes reais e iguais a zero.

- $-\frac{1}{4}x^2 = 0$

$$\frac{-\frac{1}{4}x^2}{-\frac{1}{4}} = \frac{0}{-\frac{1}{4}}$$
$$x^2 = 0$$
$$x \cdot x = 0$$

Portanto, essa equação tem duas raízes reais e iguais a zero.

Toda equação do 2º grau incompleta, com uma incógnita, com b = 0 e c = 0, tem duas raízes reais e iguais a zero.

Resolução de equação do 2º grau incompleta, com $b = 0$ e $c \neq 0$

Agora, estudaremos equações do 2º grau incompletas, com uma incógnita, com b = 0 e c ≠ 0. Observe, por exemplo, a resolução da equação $2x^2 - 18 = 0$.

$$2x^2 - 18 = 0$$
$$2x^2 - 18 + 18 = 0 + 18$$
$$\frac{2x^2}{2} = \frac{18}{2}$$
$$x^2 = 9$$

A igualdade $x^2 = 9$ indica que o valor de **x** corresponde a um número cujo quadrado é 9. Nesse caso, temos duas possibilidades:

$$x^2 = 9 \begin{cases} x = \sqrt{9} = 3 \\ \text{ou} \\ x = -\sqrt{9} = -3 \end{cases}$$

- Observando esse exemplo, o que você pode perceber em relação às raízes dessa equação?

Assim, as raízes dessa equação são 3 e –3.

Agora, vamos estudar as raízes da equação $x^2 + 25 = 0$.

$$x^2 + 25 = 0$$

$$x^2 + 25 - 25 = 0 - 25$$

$$x^2 = 0 - 25$$

Como não existe número real que, elevado ao quadrado, resulte em um número negativo, dizemos que a equação $x^2 + 25 = 0$ não tem raiz real.

Toda equação do 2º grau incompleta, com uma incógnita, com b = 0 e c ≠ 0, tem duas raízes reais distintas e opostas ou não tem raiz real.

Observe outros exemplos.

- $x^2 - 100 = 0$

$$x^2 - 100 + 10 = 0 + 100$$

$$x^2 = 100 \begin{cases} x = \sqrt{100} = 10 \\ \text{ou} \\ x = -\sqrt{100} = -10 \end{cases}$$

Portanto, 10 e –10 são as raízes dessa equação.

- $7x^2 + 56 = 0$

$$7x^2 + 56 - 56 = 0 - 56$$

$$\frac{7x^2}{7} = -\frac{56}{7}$$

$$x^2 = -8$$

Portanto, essa equação não tem raiz real.

ATIVIDADES

1 Calcule, quando existirem, as raízes reais das equações a seguir.

a. $2x^2 + 4x = 0$

b. $-5x^2 = 0$

c. $x^2 - 1 = 0$

d. $6x^2 - 9x = 0$

e. $15x^2 + 180 = 0$

f. $9x^2 = -72x$

2 Considere **r** e **s** as raízes da equação $x^2 - 64 = 0$, com $r < s$.

a. Quais são os valores de **r** e **s**?

b. Calcule o valor de $2\mathbf{r} + \frac{s}{4}$.

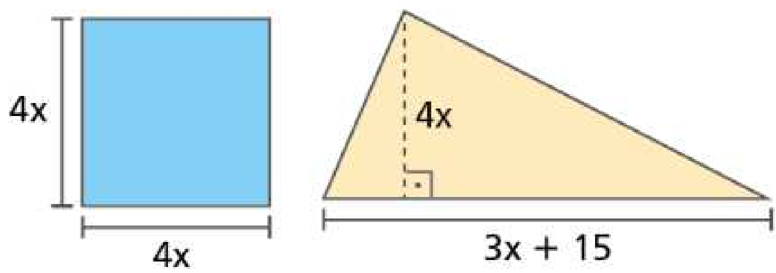
3 Certo terreno de 486 m² de área tem formato de um trapézio com as seguintes características: a medida da base maior é o dobro da medida da base menor e o dobro da medida da altura.

a. Faça um desenho para representar esse trapézio. Para isso, indique por **x** a medida da altura desse trapézio, em metros.

b. Com base na figura que você desenhou no item **a**, escreva uma equação para representar a área desse terreno.

c. A quantos metros corresponde a medida **x** na figura que você representou no item **a**?

4 O quadrado e o triângulo representados a seguir têm áreas iguais e as medidas indicadas são expressas em centímetros.



(ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE)

Com base nessas informações, responda ao que se pede, em centímetro.

a. Qual é a medida da altura desse triângulo?

b. Qual é o perímetro desse quadrado?

c. Determine a área dessas figuras.

5 Leia o que Camila está dizendo, escreva uma equação que represente a informação apresentada e resolva essa equação para determinar a idade dela.

37 Calcule as raízes das equações a seguir.

a) $-149x^2 = 0$

b) $6x^2 - 72 = 0$

c) $4x^2 + 120x = 0$

d) $-2x^2 + 12x = 0$